ONDES ELECTROMAGNETIQUES

Exercice 1 : Une onde électromagnétique plane sinusoïdale de pulsation ω se propage dans le vide selon une direction faisant un angle θ avec Ox et contenue dans le plan xOy. Le champ électrique $\vec{E}$ de polarisation rectiligne selon Oz (vecteur unitaire $\vec{e}_z$) s'écrit en un point $\vec{r}(x,y,z)$ et à l'instant t: $\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 e^{j(\omega t - ax - by)} \vec{e}_z$.

1/ a/ Quelle relation existe-t-il entre a, b, ω, θ et c (célérité de la lumière dans le vide) ?
b/ Déterminer a et b en fonction de la longueur d'onde λ et de la direction θ de propagation de l'onde.

2/ a/ Déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}(\vec{r},t)$ de l'onde.
b/ En déduire l'impédance caractéristique du vide en précisant sa valeur numérique.
c/ Déterminer les composantes du vecteur de Poynting $\vec{R}$ et la valeur moyenne de son module dans le temps.
d/ Calculer la valeur moyenne dans le temps de la densité d'énergie électromagnétique en fonction de E_0 , c et μ_0.

3/ Calculer les amplitudes des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ d'un faisceau laser de section circulaire de diamètre d=2mm dont la puissance transportée est de 600W. On donne: la perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ SI et la célérité de la lumière dans le vide $c = 3.10^8$m/s (SI= Système International).

Exercice 2 : Une source de rayonnement électromagnétique de puissance P=500W et de longueur d'onde λ=25m émet de façon isotrope dans l'espace.

1/ Comment varie l'amplitude E_0 du champ électrique avec la distance d à la source? Calculer alors E_0 à une distance d=100km de la source de rayonnement.

2/ Un cadre formé de N=50 spires conductrices est placé dans le plan xOy à une distance d=100km de la source de rayonnement électromagnétique et a une forme rectangulaire de dimensions a=1,25m et b=0,80m et est disposé perpendiculairement au champ magnétique $\vec{B}$. Le champ électrique est polarisé rectilignement selon Oy $\left(\vec{E} = E_0 e^{j\omega t} \vec{e}_y\right)$ en O (x=0,y=0) (voir figure 1).
Exprimer le flux $\Phi(t)$ du champ magnétique à travers le cadre. Déduire la valeur efficace de la force électromotrice induite apparaissant aux bornes du cadre.

3/ Reprendre la même question pour les mêmes conditions et pour un cadre triangulaire de côtés a et b (voir figure 2). Reprendre ce calcul pour a=λ/4 et a=λ/2.

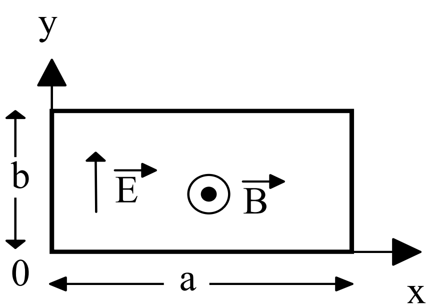


Figure 1

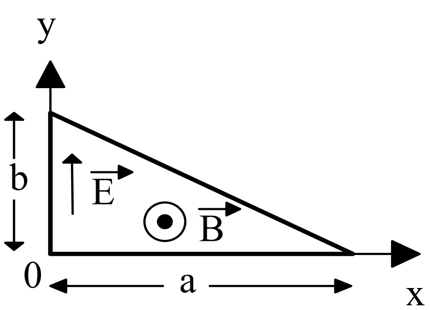


Figure 2

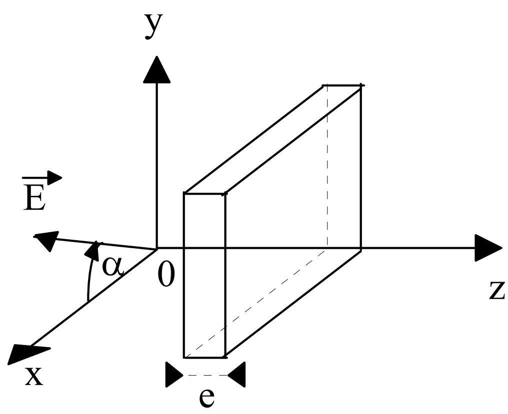
Exercice 3 :

1/ Déterminer l'état de polarisation des ondes électromagnétiques représentées par leurs champs électriques: $\vec{E}_0$, $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$.

$$\begin{cases} \vec{E}_0 \to & E_x = E_0 \cos\alpha \cos(\omega t - kz); & E_y = E_0 \sin\alpha \cos(\omega t - kz); & E_z = 0 \\ \vec{E}_1 \to & E_x = E_1 \cos\omega\left(t - z/c\right); & E_y = E_1 \sin\omega\left(t - z/c\right); & E_z = 0 \\ \vec{E}_2 \to & E_x = E_2 \cos\omega\left(t - z/c\right); & E_y = -E_2 \sin\omega\left(t - z/c\right); & E_z = 0 \end{cases}$$

2/ Quel est l'état de polarisation de l'onde dont le champ électrique est $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$ avec $E_1 = E_2$?

Exercice 4 : Une onde électromagnétique plane monochromatique de longueur d'onde λ et de polarisation rectiligne se propage dans l'air selon la direction Oz. Le champ électrique est dans le plan xOy et fait un angle α=45° avec la direction Ox.



Une lame cristalline d'un matériau anisotrope d'épaisseur e est disposée parallèlement au plan xOy. Ceci a pour conséquence que chacune des directions Ox et Oy présente respectivement une vitesse de propagation V_x et V_y différentes (donc des indices de réfraction n_x et n_y différents).

1/ Calculer le déphasage entre les deux composantes E_x et E_y à la sortie de la lame.

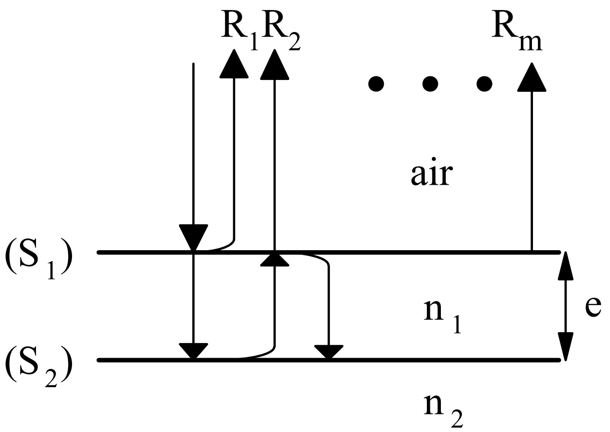
2/ Décrire les composantes du champ électrique après la traversée de la lame si ce déphasage est un multiple impair de $\pi/2$. Expliquer pourquoi on appelle cet état de polarisation: polarisation circulaire. Que se passe-t-il si le déphasage est un multiple entier de π?

3/ Calculer la plus petite épaisseur e pour obtenir une polarisation circulaire à l'aide d'une lame de quartz. n_x =1.5533 et n_y =1.5442 pour la longueur d'onde λ=5.893 10^{-7} m.

Exercice 5 : Une onde lumineuse monochromatique atteint sous incidence normale un milieu diélectrique infini d'indice de réfraction n pour la longueur d'onde λ utilisée. Donner l'expression du coefficient de réflexion r du champ $\vec{E}$ ainsi que celle du coefficient de transmission t.

Dans la suite on se propose de décrire un système capable d'annuler la réflexion de l'onde par l'utilisation d'une couche diélectrique antireflet.

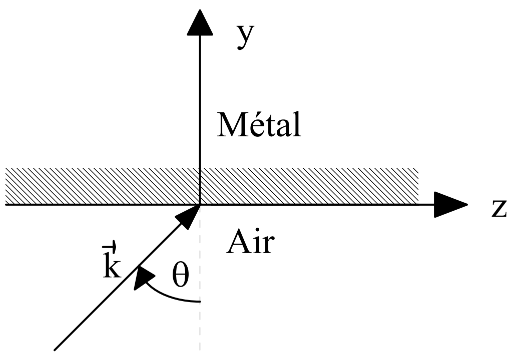
Une couche diélectrique non absorbante d'épaisseur e recouvre un milieu infini. Les indices sont pour cette fréquence 1 pour l'air, n_1 pour la couche et n_2 pour le milieu supportant la couche. Des réflexions multiples se produisent aux interfaces (S_1) et (S_2). L'amplitude du champ électrique de l'onde incidente vaut a et on désigne par a_1, a_2,...., a_m celles des champs électriques réfléchis (Ondes R_1 ,R_2., R_m ... sur la figure ci-contre). L'épaisseur de la couche e est



telle que le déphasage entre les ondes consécutives réfléchies m et m+1 vaut φ.
1/ Calculer les amplitudes complexes des ondes réfléchies dans le milieu d'indice 1.
2/ Calculer l'amplitude complexe de l'onde réfléchie résultante.(On rappelle la relation: pour la suite alternée $\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{1-x}$ pour -1<x<0)
3/ Quelle relation existe-t-il entre la longueur d'onde λ et l'épaisseur e pour la valeur φ=π du déphasage?
4/ Calculer le coefficient de réflexion r total pour φ=π. A quelle condition est-il nul?
5/ Calculer l'indice et l'épaisseur d'une couche antireflet pour le système air-verre; n_{verre} =1.5 pour les longueurs d'onde du spectre visible?
6/ Peut-on retrouver ces résultats en calculant l'impédance équivalente au milieu d'indice n_2 et de la couche mince (impédance ramenée en S_1).

Exercice 6 : Un milieu ionisé (qui possède des électrons libres comme par exemple l'ionosphère) est caractérisé par une permittivité relative $\varepsilon_r = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$ où ω_0 est une pulsation propre qui dépend de la densité d'électrons libres.
1/ Donner l'expression de l'amplitude du champ électrique d'une onde électromagnétique se propageant dans ce milieu dans les cas $\omega < \omega_0$ et $\omega > \omega_0$. Conclusion.
2/ Dans le cas des hautes fréquences ($\omega >> \omega_0$), montrer que la vitesse de propagation dépend de la pulsation. Calculer les valeurs des vitesses de phase et de groupe.

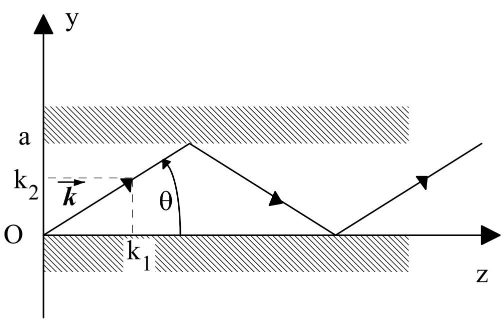
Exercice 7 : Une surface plane y=0 sépare l'air (n≈1) d'un conducteur métallique parfait (y>0). On repère un point de l'espace par ses coordonnées cartésiennes $\left(\vec{r} = \vec{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z\right)$. Une onde électromagnétique incidente, polarisée rectilignement, se propage dans l'air, l'amplitude du champ électrique $\vec{E}_i$ vaut E_0 et son vecteur d'onde est $\vec{k}$ et sa pulsation ω. Cette onde tombe sur le métal avec un angle θ $(0 < \theta < \pi/2)$ et se réfléchit. Le vecteur d'onde $\vec{k}$ est contenu dans le plan yOz.



A/ L'onde incidente est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence $\left(\vec{E}_i \perp yOz\right)$. Déterminer en fonction des données k, ω, c, θ, ε_0, et E_0:
1/ Les champs $\left(\vec{E}_i, \vec{B}_i\right)$ de l'onde incidente et les champs $\left(\vec{E}_r, \vec{B}_r\right)$ de l'onde réfléchie par le métal en tout point M(x,y,z).
2/ Les champs $\left(\vec{E}, \vec{B}\right)$ de l'onde résultante dans l'air en tout point M(x,y,z). Que deviennent ces champs au voisinage de la surface du métal?
3/ La vitesse de phase v_φ de l'onde résultante.
4/ Les surfaces d'amplitude nulle et les surfaces d'amplitude maximale pour le champ $\vec{E}$.
5/ La pression de radiation moyenne et dire comment elle varie avec θ.
B/ L'onde est polarisée parallèlement au plan d'incidence yOz $\left(\vec{E}_i \,//\, yOz\right)$.
Répondre aux mêmes questions 1,2,3 et 5.
4/ Les surfaces d'amplitude nulle et les surfaces d'amplitude maximale pour le champ $\vec{B}$

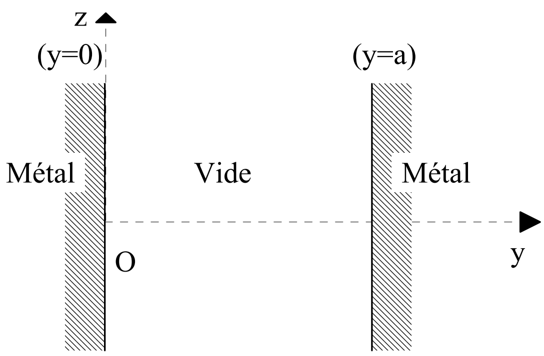
6/ Pour θ=45°, déterminer les points pour lesquels l'onde résultante est polarisée circulairement.

Exercice 8 : Une onde électromagnétique polarisée rectilignement selon Ox (perpendiculaire au plan de figure) et de pulsation ω arrive entre deux plans parfaitement conducteurs parallèles distants de a et faisant un angle θ. On étudie la propagation selon la direction Oz de ce guide (voir figure).



1/ En écrivant les conditions aux limites pour les plans y=0 et y=a, donner la condition que doit vérifier θ pour que l'onde puisse se propager entre les plans.
2/ Calculer les champs électrique et magnétique dans cet espace:
3/ En utilisant l'équation de propagation du champ électrique: $\Delta\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$, déterminer la valeur de k_1 en fonction de ω et a. Montrer que seules les ondes de pulsation supérieure à une fréquence de coupure ω_c peuvent se propager dans le guide dans la direction Oz. Comment varie l'amplitude du champ électrique si $\omega < \omega_c$?
4/ Pour le mode fondamental (n=1), déterminer la vitesse de phase v_φ et la vitesse de groupe v_g et déduire la relation: $v_\varphi . v_g = c^2$

Exercice 9 : Un résonateur électromagnétique est constitué par deux plans métalliques supposés conducteurs parfaits parrallèles occupant les positions y=0 et y=a. On étudie les propriétés d'une onde plane polarisée selon Oz sinusoïdale de pulsation ω dans l'espace vide entre les deux plans (voir figure).



1/ Etablir l'expression du champ électrique $\vec{E}(y,t)$ entre les plans conducteurs en un point quelconque M(x,y,z). En déduire l'expression du champ magnétique $\vec{B}(y,t)$.
2/ Calculer les pulsations propres ω_m des ondes stationnaires dans la cavité.
A.N.: Calculer la fréquence propre f_1 la plus basse pour une distance entre les plans a=5cm.
3/ Calculer la valeur moyenne dans le temps de la densité d'énergie électromagnétique $\langle U \rangle$ dans la cavité pour les différents modes (différentes valeurs de m).
4/ Calculer la densité surfacique de courant $j_s(t)$ qui apparait sur le plan x=0 pour chaque mode, ainsi que la pression de radiation électromagnétique *p* à laquelle est soumise ce plan.
A.N.: Amplitude du champ électrique E_0 =200V/m. Calculer $\langle U \rangle$ et *p* pour m=1.