

OSCILLATIONS FORCÉES DES SYSTÈMES A PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTÉ

Exercice 1: Dans la figure ci-contre, M et R représentent respectivement la masse et le rayon de la poulie, x_1 et x_2 les écarts des deux masses par rapport à leur position d'équilibre. On prend: $M=2(m_2-m_1)$ et $m_2=m$; $k_0=k_1=k_2=k$. Le système sera étudié en régime permanent avec :

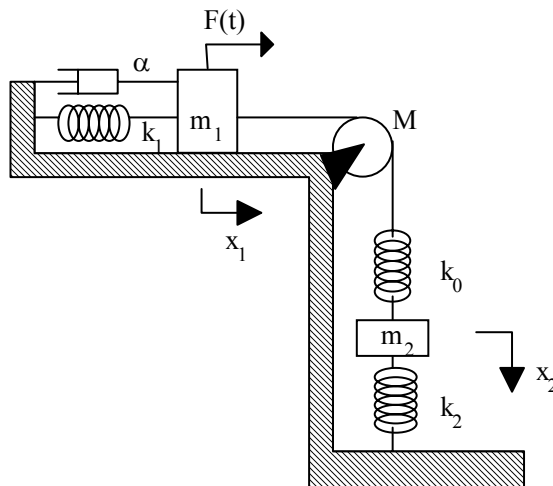
$$F(t)=F_0 \cos(\omega t).$$

1/Calculer l'impédance d'entrée.

2/Calculer les vitesses $\dot{x}_1(t)$ et $\dot{x}_2(t)$.

3/ a) A quelle pulsation la masse m_1 reste-t-elle immobile ? b) Dans ce cas, quelle est l'amplitude d'oscillation de la masse m_2 ?

4/a) A quelles pulsations, la vitesse de la masse m_1 est en phase avec la force $F(t)$? b) En comparant ces pulsations à celles calculées dans l'exercice 5 de la série 7, déduire le déphasage de x_2 par rapport à $F(t)$ pour chacune des pulsations.



Exercice 2 :

1/Etablir les équations différentielles régissant le fonctionnement des systèmes représentés par les figures 1 et 2.

2/Pour $\omega^2=5k/4m_1 + g/r$, $m_1=m_2$ pour la figure 1 et $\omega^2=k_2/m$, $m=M/2 + m_2$ pour la figure 2, calculer en régime permanent sinusoïdal :

a) l'impédance d'entrée.

b) y_1 , y_2 , \dot{y}_1 et \dot{y}_2 .

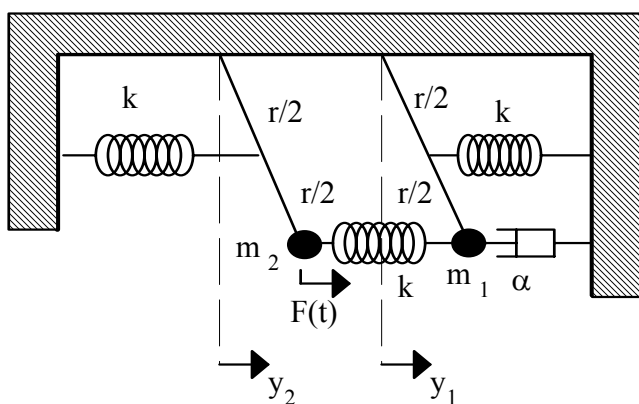


FIG.1

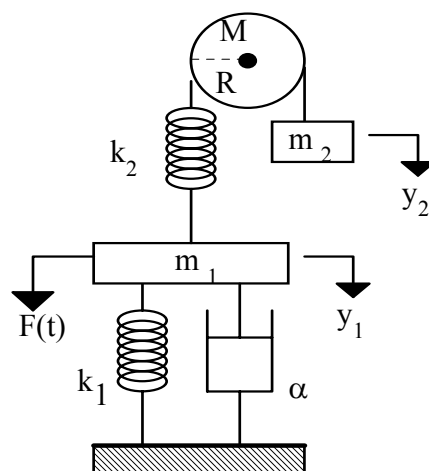


FIG.2

Exercice 3:

Pour les systèmes mécaniques des figures 1 et 2 et avec $F(t)=F_0\cos(\omega t)$ et pour $\omega^2=k_1/m_1$, calculer:

- 1) L'impédance d'entrée .
- 2) La puissance instantanée fournie par le générateur mécanique, la puissance instantanée dissipée par le système. Comparer et commenter.
- 3) La puissance moyenne fournie par le générateur mécanique, la puissance moyenne dissipée par le système. Comparer et commenter.

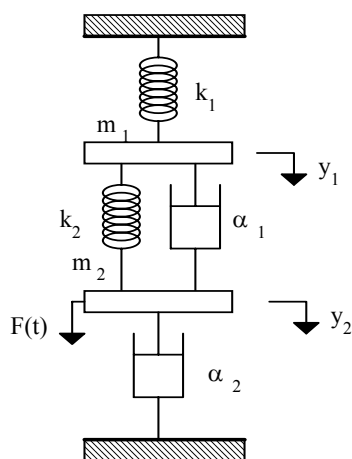


FIG.1

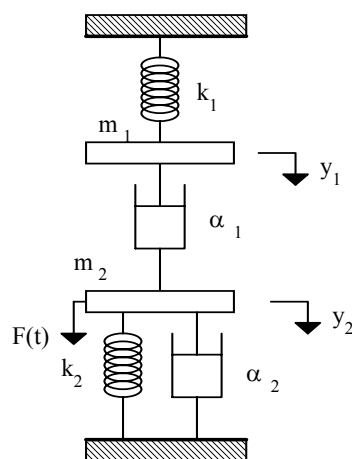


FIG.2

Exercice 4:

1/Ecrire les équations différentielles qui régissent les systèmes des figures 1 et 2. On prendra $F(t)=F_0 \cos(\omega t)$ et $e(t)=E_0 \cos(\omega t)$.

2/Y-a-t-il analogie entre les deux systèmes? Si oui, donner les correspondances entre les éléments électriques et mécaniques; préciser obligatoirement les sens des coordonnées, des courants dans chaque branche ainsi que la polarité de la f.é.m du générateur.

3/Comment se comportent les deux systèmes lorsque la pulsation ω est égale à $\sqrt{k/m}$ et $1/\sqrt{LC}$ respectivement ?

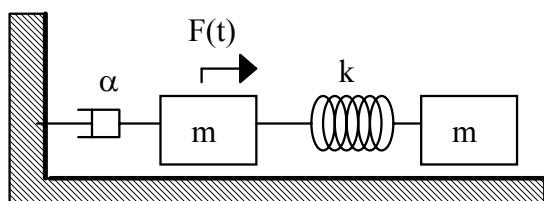


Fig.1

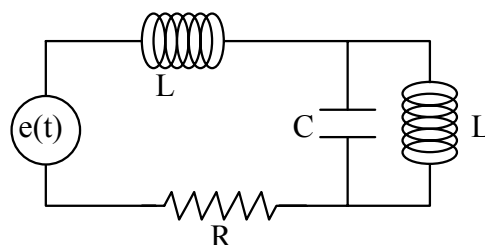


Fig.2

Exercice 5: Soit le système mécanique de la figure ci-contre. Une force sinusoïdale d'amplitude F_0 et de pulsation ω est appliquée sur la masse repérée par la coordonnée x_1 .

1/ Donner le schéma électrique équivalent dans l'analogie force-tension.

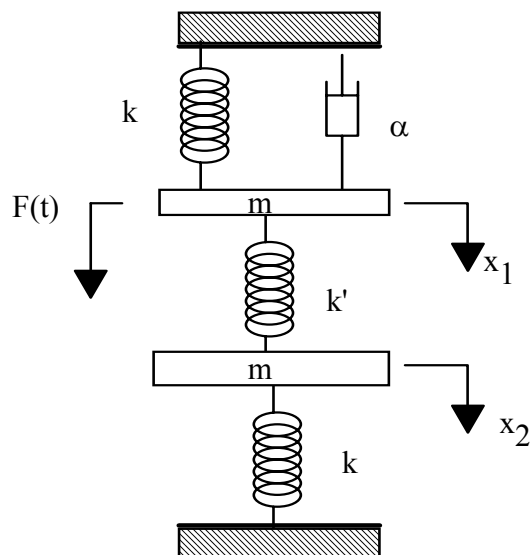
2/

a) Calculer l'impédance électrique d'entrée .

b) Pour quelle pulsation a-t-on anti-résonance ?

Déterminer alors la puissance moyenne fournie par le générateur.

3/ Décrire le mouvement des deux masses du système mécanique analogue pour la pulsation d'anti-résonance ?



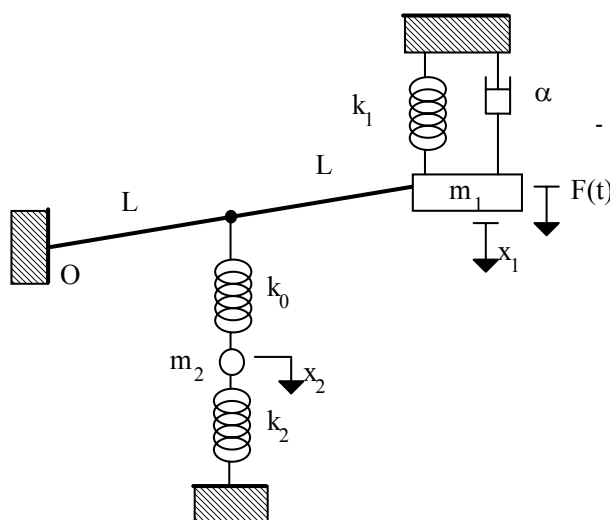
Exercice 6: Soit le système mécanique suivant. La masse m_1 est soumise à une force verticale, sinusoïdale d'amplitude F_0 et de pulsation ω . La tige, de longueur $2L$, est de masse négligeable; elle peut tourner sans frottement autour de son extrémité fixe O. On considère les mouvements de faible amplitude dans le cas suivant:

$$m_1 = m_2/2 = m_0 \text{ et } k_1 = k_2/2 = k_0/4 = k$$

1/ Montrer que les équations du mouvement peuvent se mettre sous la forme suivante:

$$\frac{M}{2} \ddot{x}_1 + \alpha \dot{x}_1 + K(x_1 - x_2) = F(t)$$

$$M \ddot{x}_2 + K(x_2 - x_1) + 2K x_2 = 0$$



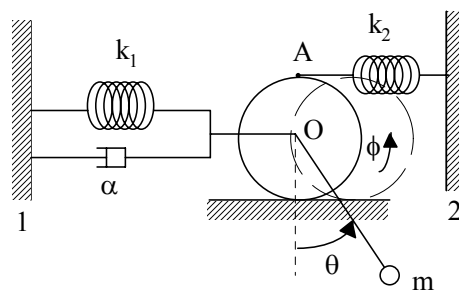
Déterminer M et K en fonction de m_0 et k.

2/ Ecrire les équations précédentes en fonction des vitesses \dot{x}_1 et \dot{x}_2 .

3/ a) Calculer la (ou les) pulsation(s) pour laquelle la vitesse de la masse m_1 est en phase avec la force d'excitation en régime stationnaire. b) Quelle est dans ce(s) cas la puissance moyenne dissipée dans le système?

4/ On considère le cas où la pulsation ω de la force d'excitation est telle que $\omega = \sqrt{3K/M}$. a) Calculer la vitesse de la masse m_1 ; en déduire la valeur de l'impédance d'entrée. Commenter. b) Trouver le module de l'amplitude du déplacement de la masse m_2 . c) Pour cette pulsation, donner le schéma électrique équivalent dans l'analogie force-tension .

Exercice 7: Un cylindre homogène de masse M et de rayon R , roule sans glisser sur une plate-forme horizontale. Une tige de masse négligeable et de longueur l , oscille librement autour du point O à une extrémité et comporte une masse ponctuelle m à son autre extrémité. Les points O et A sont reliés aux bâtis fixes respectivement par un ressort de raideur k_1 , un amortisseur de coefficient de viscosité α , et un ressort de raideur k_2 (voir figure ci-contre).



Ce système constitue un système à deux degrés de liberté. On choisit les coordonnées θ et ϕ pour décrire ce système. A l'équilibre $\theta = \phi = 0$. Dans le cas des petites oscillations et pour $k_1 + 4k_2 = k = mg/l$ et $m = 3/2M$.

1. Donner les pulsations propres du mouvement.
2. Le bâti 2 vibre à une pulsation ω avec une amplitude a . En négligeant l'amortissement, calculer les pulsations de résonance et d'anti-résonance. On pourra utiliser les coordonnées $x_1 = l\theta$ et $x_2 = R\phi$
3. Donner le schéma électrique équivalent.

Exercice 8: Dans le récepteur ci-dessous la bobine mobile, de coefficient de self-inductance négligeable, est constituée d'un fil de longueur l et de résistance négligeable. Elle est liée à une masse m qui est reliée à un bâti fixe par un ressort de constante de raideur k . Ce système est amorti et la constante d'amortissement est α . La masse m est mise en mouvement par l'action de la force $F(t)$; sa position est repérée par son écart x par rapport à sa position d'équilibre. On considère le cas d'une force $F(t)$ sinusoïdale d'amplitude F_0 et de pulsation ω .

1/Le circuit électrique est-il traversé par un courant lorsque:

- a) $B=0$ et $F_0=0$; b) $B \neq 0$ et $F_0=0$; c) $B=0$ et $F_0 \neq 0$ et d) $B \neq 0$ et $F_0 \neq 0$

2/Etablir les équations intégro-différentielles régissant le fonctionnement de ce système. En déduire l'impédance mécanique d'entrée.

3/Calculer le rendement du système.

4/A quelle pulsation, ce rendement est-il maximum? Donner l'expression de ce rendement maximal.

